

## Arbeitsauftrag:

Lösen Sie in Gruppenarbeit (maximal vier TN) folgende Aufgaben unter zu Hilfenahme von Formelsammlung und Physikbüchern.

Sie haben für die Lösung zwei Unterrichtsstunden Zeit. Es wird erwartet, dass auch in Heimarbeit (Hausaufgabe) an der Lösung gearbeitet wird:

Die Lösung ist als Gruppenergebnis abzugeben:

---

## Aufgabenstellung:

### Aufgabe: Die Helmholtzspule, die Messung des Erdmagnetfeldes sowie seine Wirkung auf geladene Teilchen

Ein in einem größeren Raumbereich homogenes Magnetfeld kann mit Hilfe einer Helmholtzspule erzeugt werden. Es handelt sich hierbei um eine Anordnung zweier identischer Spulen (Windungszahl  $n_{\text{Hh}}$  und Radius  $R$ ), die parallel auf einer gemeinsamen Achse angeordnet sind. Beide Spulen sind in Reihe geschaltet und befinden sich im Abstand  $a = R$  voneinander.

Bei einer solchen Spulenanordnung besteht im Raumbereich zwischen den beiden Spulen ein weitgehend homogenes achsenparalleles Magnetfeld.

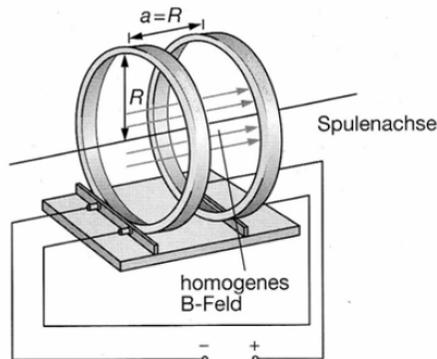


Abbildung 1: Aufbau einer Helmholtzspule (Quelle: Klett-Verlag)

Es zeigt sich, dass die magnetische Feldstärke in der Helmholtzspule proportional zum Produkt aus Windungszahl  $n_{\text{Hh}}$  und Stromstärke  $I_{\text{Hh}}$  sowie antiproportional zum Spulenzradius  $R$  ist.

$$B_{\text{Hh}} \sim \frac{n_{\text{Hh}} \cdot I_{\text{Hh}}}{R}$$

### Teilaufgabe 1

Bestimmen Sie aus diesem Zusammenhang anhand einer Einheitenbetrachtung die Maßeinheit des noch fehlenden Proportionalitätsfaktors  $\mu_{\text{Hh}}$  in Grundeinheiten.

(5 Punkte)

### Teilaufgabe 2

Mit folgendem Aufbau soll der Proportionalitätsfaktor  $\mu_{\text{Hh}}$  experimentell bestimmt werden (vgl. Abbildung 2). Entlang der Achse eines Helmholtzspulenpaares befindet sich in einer langen Spule mindestens eine Kompassnadel. Die Stromrichtungen in der langen Spule sowie in der Helmholtzspule sind so ausgerichtet, dass die von ihnen erzeugten Magnetfelder einander entgegen gerichtet sind. Neben der Helmholtzspule ist ein nicht zu starker Permanentmagnet angebracht, der im stromlosen Zustand der Spulen die Kompassnadel senkrecht zur Spulenachse ausrichtet.

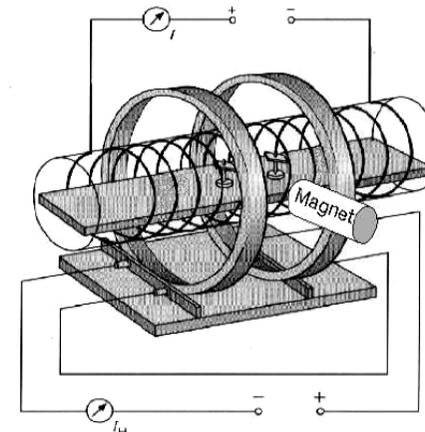


Abbildung 2: Aufbau zur Messung des Proportionalitätsfaktors (Quelle: Klett-Verlag)

Zunächst wird die Stromstärke in der Helmholtzspule auf  $I_{\text{Hh}} = 200 \text{ mA}$  eingestellt. Die Kompassnadel ist dabei praktisch entlang der Spulenachse ausgerichtet. Die Stromstärke in der langen Spule wird daraufhin langsam von  $0 \text{ mA}$  ausgehend gesteigert, bis bei  $I_{\text{LS}} = 830 \text{ mA}$  die Kompassnadel gerade wieder in Richtung des Permanentmagneten ausgerichtet ist. Die Messgenauigkeit der Stromstärken beträgt  $\Delta I = \pm 10 \text{ mA}$ .

- a) Erläutern Sie die zugrunde liegende Idee bei diesem Messexperiment und leiten Sie den folgenden Zusammenhang für den gesuchten Proportionalitätsfaktor  $\mu_{\text{Hh}}$  her:

$$\mu_{\text{Hh}} = \frac{n_{\text{LS}} \cdot I_{\text{LS}} \cdot R}{n_{\text{Hh}} \cdot I_{\text{Hh}} \cdot l} \cdot \mu_0$$

Begründen Sie dabei insbesondere den Ansatz Ihrer Herleitung.

- b) Bei dem Messexperiment wurden eine Helmholtzspule mit 154 Windungen und  $40 \text{ cm}$  Durchmesser sowie eine  $38 \text{ cm}$  lange innere Spule mit 50 Windungen eingesetzt. Bestimmen Sie aus dem Experiment einen Wert für  $\mu_{\text{Hh}}$ .

- c) Der „theoretische“ Wert für den Proportionalitätsfaktor der Helmholtzspule beträgt

$$\mu_{\text{Hh}} = 0,716 \cdot \mu_0.$$

Bewerten Sie das Ergebnis der Messung hinsichtlich seiner Genauigkeit und begründen Sie Ihre Einschätzung mit Blick auf die Messgenauigkeit.

(15 Punkte)

### Teilaufgabe 3

Unter Verwendung der obigen Helmholtzspule ist es nun möglich, die Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes zu bestimmen. Dazu wird ein empfindlicher Kompass in die Helmholtzspule gebracht und die Achse der Helmholtzspule genau senkrecht zur magnetischen Nordrichtung ausgerichtet (siehe Abbildung 3).

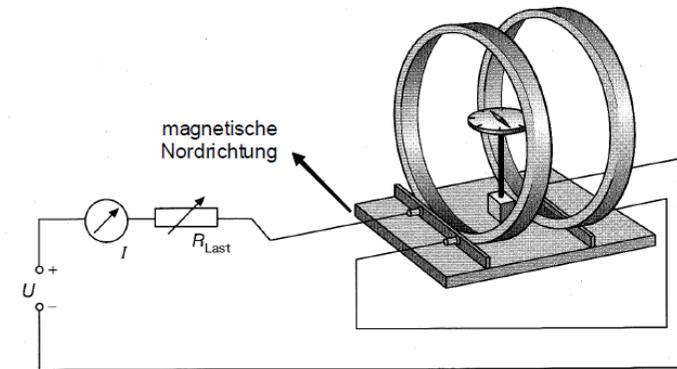


Abbildung 3: Messung der Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes (Quelle: Klett-Verlag)

Der Strom durch die Helmholtzspule kann stufenlos variiert und am Amperemeter abgelesen werden. Der Kompass besitzt eine Winkelskala.

- a) Beschreiben Sie eine Möglichkeit, wie man mit diesem Aufbau (ohne weitere Geräte) die Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes messen kann.
- b) Ein typischer Wert für die Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes in unseren Breiten ist  $B_{\text{horizontal}} = 0,018 \text{ mT}$ .

Geben Sie einen sinnvollen Bereich der zu erwartenden Stromstärken bei der Messung an.

- c) Das Erdmagnetfeld verläuft in unseren Breiten nicht komplett in horizontaler Richtung, sondern tritt unter einem Winkel von  $\alpha \approx 63^\circ$  gegen die Horizontale in die Erdoberfläche ein.

Bestimmen Sie aus dem Eintrittswinkel  $\alpha$  und der in b) angegebenen Horizontalkomponente die Gesamtfeldstärke  $B_{\text{gesamt}}$  des Erdmagnetfeldes.

(11 Punkte)

### Teilaufgabe 4

Das Erdmagnetfeld stellt einen effektiven Schutzschirm gegen den Strom geladener Teilchen von der Sonne (den sogenannten „Sonnenwind“) dar. Der Sonnenwind besteht aus einem kontinuierlichen Plasmastrom von Elektronen und Protonen aus Richtung Sonne. Durch die Wechselwirkung mit den äußeren Bereichen des Erdmagnetfeldes wird der allergrößte Anteil

des Sonnenwinds großräumig um die Erde herumgeführt. Lediglich über den magnetischen Polen kann ein kleiner Anteil der geladenen Teilchen sich der Erde nähern und durch weitere Wechselwirkung mit der Atmosphäre in einem begrenzten Bereich – dem Strahlungsgürtel (siehe Abbildung 5) – eingeschlossen werden. Die Bewegung dieser Teilchen soll im Weiteren genauer untersucht werden.

- a) Im Strahlungsgürtel über dem Äquator kann das Erdmagnetfeld lokal praktisch als homogen angesehen werden. Dort bewegt sich ein Elektron mit der Energie von 2,0 keV unter einem Winkel  $\gamma$  zu den Feldlinien des Erdmagnetfeldes (vgl. Abbildung 4).

Bestimmen Sie die Geschwindigkeit des 2,0-keV-Elektrons nichtrelativistisch.

[Kontrollergebnis:  $v = 2,7 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ]

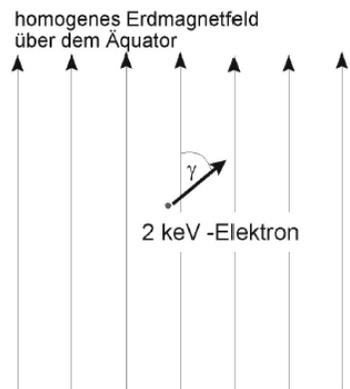


Abbildung 4: Bewegung eines Elektrons im Strahlungsgürtel über dem Äquator (es handelt sich hier um eine zweidimensionale Darstellung)

- b) Die geladenen Teilchen im Strahlungsgürtel werden durch das Erdmagnetfeld auf eine Schraubenbahn entlang der Feldlinien abgelenkt (vgl. Abbildung 5).

Erklären Sie qualitativ das Zustandekommen dieser Teilchenbahn durch die Wirkung der Lorentzkraft anhand einer entsprechend skizzierten Komponentenzerlegung der Geschwindigkeit.

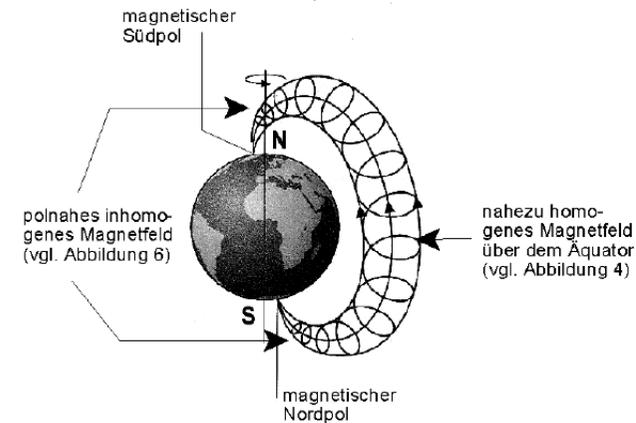


Abbildung 5: Bahn eines Elektrons im Erdmagnetfeld des Strahlungsgürtels (die Darstellung der Größenverhältnisse ist nicht maßstabsgerecht)

- c) Zeigen Sie allgemein, dass die Umlaufzeit eines Elektrons auf seiner Schraubenbahn gegeben ist durch den Zusammenhang:

$$T = \frac{2\pi \cdot m_e}{e \cdot B}$$

also unabhängig von der Geschwindigkeit des Teilchens ist.

- d) Berechnen Sie den Radius sowie den Abstand zweier benachbarter Windungen der Schraubenbahn (die sogenannte Ganghöhe) des 2,0-keV-Elektrons für den Winkel  $\gamma = 25^\circ$  und die typische Magnetfeldstärke im Äquatorbereich des Strahlungsgürtels von  $B = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ .

(25 Punkte)

### Teilaufgabe 5

Die Elektronen im Strahlungsgürtel der Erde bewegen sich auf ihren Schraubenbahnen entlang der magnetischen Feldlinien in Richtung eines magnetischen Pols (vgl. Abbildung 5). Bei Annäherung an den magnetischen Pol erhöht sich die magnetische Feldstärke und das Magnetfeld wird zunehmend inhomogen (vgl. Abbildung 6). Die Geschwindigkeitskomponente des Elektrons in Richtung des magnetischen Pols (also entlang der Feldlinie) wird

zunächst reduziert und schließlich umgekehrt. Die Abbildung 7 zeigt diesen Effekt im polnahen inhomogenen Erdmagnetfeld.

- a) Trotz der komplizierten Bewegung des Elektrons im inhomogenen Magnetfeld ändert sich seine kinetische Energie durch die Wechselwirkung mit dem Magnetfeld nicht (abgesehen von sehr geringen Strahlungsverlusten).

Geben Sie hierfür eine allgemeine Begründung an.

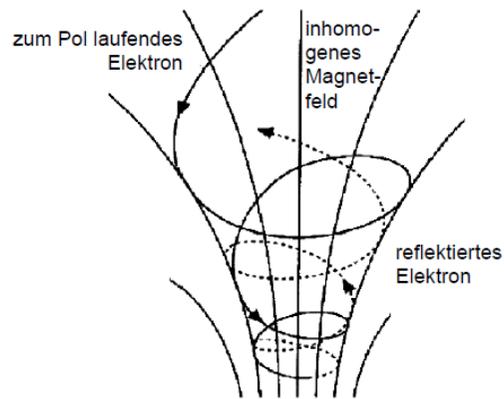


Abbildung 6: Bahn eines Elektrons im polnahen inhomogenen Erdmagnetfeld (die Darstellung der Größenverhältnisse ist nicht maßstabsgerecht)

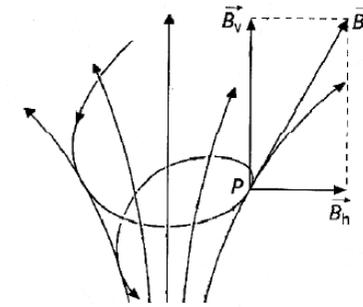


Abbildung 7: Zur Wirkung der Lorentzkraft im inhomogenen Magnetfeld (die Darstellung der Größenverhältnisse ist nicht maßstabsgerecht)

- b) Erklären Sie anhand von Abbildung 7 qualitativ die Abbremsung und schließlich die Umkehr der Geschwindigkeitskomponente des Elektrons in Polrichtung durch die Wirkung der Lorentzkraft im inhomogenen Magnetfeld.

(9 Punkte)