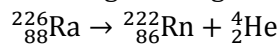


1. Bestrahlung von Uran mit Neutronen

Um neue radioaktive Substanzen zu erzeugen, bestrahlten Forscher in mehreren Laboratorien Europas ab Mitte der Dreißiger Jahre Uran mit Neutronen. In Berlin verwendeten Otto Hahn und Fritz Straßmann dabei als Neutronenquelle ein sieben Zentimeter langes und knapp einen Zentimeter dickes Röhrchen, das mit einem Gemisch aus Beryllium-Pulver und 1,0 g pulverförmigem ^{226}Ra gefüllt war.

a) Stellen Sie die Gleichung des Zerfalls von ^{226}Ra auf und berechnen Sie die Aktivität von 1,0g ^{226}Ra .

Zerfallsgleichung:



Aktivität:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}; \quad A = \lambda \cdot N; \quad N = \frac{m}{M} \mid \frac{m: \text{Menge des Elements}}{M: \text{Masse des Elements}}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \rightarrow A_{\text{ktivität}} = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \cdot \frac{m}{M}$$

geg: $m = 1 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$; $M = 226,0254098 \text{ u}$ ($u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$)

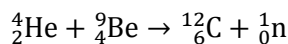
$$T_{1/2} = 1599\text{a} \cdot 365\text{d} \cdot 24\text{h} \cdot 3600\text{s} \\ = 5,043 \cdot 10^{10} \text{ s}$$

$$A = \frac{\ln 2}{5,043 \cdot 10^{10} \text{ s}} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-3} \text{ kg}}{226,0254098 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} = 3,6636 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1} \mid \text{s}^{-1} = \text{Bq}$$

Ein Teil der vom ^{226}Ra mit der kinetischen Energie von 4,8 MeV abgegebenen α -Teilchen reagiert mit den Beryllium-Atomen unter Aussendung von Neutronen.

b) Stellen Sie die Gleichung dieser Kernreaktion auf, zeigen Sie, dass die Kernreaktion exotherm verläuft, und schätzen Sie ab, welche kinetische Energie ein ausgesandtes Neutron höchstens haben kann. Nehmen Sie dabei vereinfachend an, dass das Neutron die gesamte nach der Reaktion zur Verfügung stehende Energie aufnimmt.

Reaktionsgleichung: Alpha-Teilchen bei der Ra226: Helium-Atomkern (^4_2He)



Massendefekt:

$$(4,0026032\text{u} + 9,012821\text{u}) \rightarrow (12,0\text{u} + 1,008665) \\ \Rightarrow 13,0154242\text{u} \rightarrow 13,008665\text{u} \Rightarrow 0 = 0,0067592\text{u} = 1,12239 \cdot 10^{-29} \text{ kg}$$

$$E = 1,12239 \cdot 10^{-29} \text{ kg} \cdot c^2 = 1,010151 \cdot 10^{-12} \text{ J} = 6,31 \text{ MeV} \\ 6,31 \text{ MeV} > 0 \rightarrow \text{exotherme Reaktion (Energie entsteht, Masse verschwindet)}$$

Kinetische Energie α -Teilchen: 4,8 MeV

Kinetische Energie Neutron: 6,31 MeV

$$E_{\text{max. kin. n}} = 4,8 \text{ MeV} + 6,31 \text{ MeV} = 11,11 \text{ MeV}$$

c) Begründen Sie, dass längst nicht jedes vom Radium emittierte α -Teilchen im Beryllium-Pulver zur Freisetzung eines Neutrons führt.

Die Wahrscheinlichkeit, dass es zur Kernreaktion zwischen dem emittierten α -Teilchen und dem Atomkern des Berylliums kommt ist äußerst gering. Da durch die elastischen Stöße die kinetische Energie des α -Teilchen weiter abnimmt, sinkt auch die Wahrscheinlichkeit weiter, dass ein Neutron freigesetzt wird.

d) Auf welchen Wert muss die mittlere kinetische Energie der Neutronen vermindert werden, damit man von thermischen Neutronen reden kann? Beziehen Sie sich bei der Rechnung auf Raumtemperatur.

$$E_{\text{kin}} = \frac{3}{2} kT \mid T = 20^\circ\text{C} = 293,15^\circ\text{K}$$

$$E_{\text{kin}} = \frac{3}{2} \cdot 8,6173324 \cdot 10^{-5} \frac{\text{eV}}{\text{K}} \cdot 293,15^\circ\text{K} = 0,03789 \text{ eV}$$

Hahn und Straßmann ummantelten ihre Neutronenquelle mit einem zylindrischen Paraffinblock.

e) Wie wirkt der Paraffinblock auf die Neutronen? Erklären Sie, weshalb das wasserstoffhaltige Paraffin dafür besonders geeignet ist. Geben Sie eine weitere Substanz an, die man statt dessen hätte verwenden können.

Das Paraffin wirkt als Moderator auf die Neutronen. Ein Moderator dient dazu schnelle Neutronen abzubremesen, in dem diese mit den Atomkernen, mit möglichst gleicher Masse aus dem Moderatormedium kollidieren.

Die Masse der Neutronen beträgt 1,008665u, was circa der Masse des Wasserstoffatoms (1,00794u) entspricht, die im Paraffin vorhanden sind.

Als weitere Substanz könnte man Deuterium oder einfach Wasser verwenden.

f) Hahn und Straßmann führten die Zählrohrmessungen an der vorher mit Neutronen bestrahlten Uranprobe in einem 15 Meter vom Bestrahlungsraum entfernten Zimmer durch. Warum ist das sinnvoll? Erläutern Sie einen störenden Effekt, der beim Messen im Bestrahlungsraum selbst aufgetreten wäre.

Die Neutronenquelle lässt sich nur schwer abschirmen, wodurch die Bestrahlung der Uranprobe weiterhin stattfindet und somit der Wert für die Halbwertszeit nicht genau bestimmbar ist.

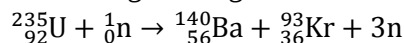
2. Entdeckung der Kernspaltung

Ende 1933 kamen Hahn und Straßmann durch diese Messungen und durch chemische Analysen der Proben zu einem erstaunlichen Ergebnis, das allen Erwartungen widersprach: Sie fanden in der Probe keine Elemente die schwerer als Uran ("Transurane") sind, sondern das mittelschwere Element Barium.

Lise Meitner und Otto Frisch erkannten bald darauf, dass durch den Neutronenbeschuss ^{235}U -Kerne gespalten worden waren. Zum Beispiel können aus einem ^{235}U -Kern nach dem Einfang eines thermischen Neutrons die Nuklide ^{140}Ba (Atommasse 139,91060 u) und ^{93}Kr (Atommasse 92,93118 u) sowie einige freie Neutronen entstehen.

- a) Stellen Sie die Reaktionsgleichung für diese Kernspaltung auf und berechnen Sie die frei werdende Energie Q. Welche Masse an ^{235}U muss gespalten werden, um eine Energie von 1,0 kWh freizusetzen, wenn man annimmt, dass alle Spaltreaktionen nach derselben Reaktionsgleichung stattfinden und Folgeprozesse außer Betracht bleiben? [zur Kontrolle: Q = 172 MeV]

Reaktionsgleichung:



Frei werdende Energie:

$$E = mc^2 = (235,0439231 + 1,0086649 - (139,9105995 + 92,9312652 + 3 \cdot 1,0086649)) \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{kg} \cdot c^2 = 2,7606766 \cdot 10^{-11} \text{J} = 172,327 \text{ MeV}$$

Benötigte Masse U235 für 1kWh Energie:

$$m = \frac{1 \text{ kWh}}{172,327 \text{ MeV}} \cdot 235,044 \text{ u} = \frac{2,2469 \cdot 10^{19} \text{ MeV}}{172,327 \text{ MeV}} \cdot 235,044 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{kg} = 5,088 \cdot 10^{-8} \text{ kg} = 5,088 \text{ } \mu\text{g}$$

Meitner und Frisch entwickelten das folgende Modell für das Auseinanderbrechen des Urankerns: Von dem Moment an, in dem sich die Spaltprodukte ^{140}Ba und ^{93}Kr gerade nicht mehr berühren, werden sie aufgrund ihrer elektrischen Abstoßung auseinandergetrieben.

- b) Berechnen Sie gemäß dieser Modellvorstellung die kinetische Energie, die die beiden Spaltprodukte zusammen erhalten, während sie sich voneinander entfernen. Bestätigen Sie damit, dass der erhaltene Wert in grober Näherung mit dem in Teilaufgabe 2a berechneten Q-Wert übereinstimmt. (Für den Radius r eines Kernes mit der Massenzahl A gilt: $r = 1,4 \cdot 10^{-15} \text{m} \cdot \sqrt[3]{A}$).

$$\begin{aligned}
E_{\text{kin}} &= \frac{Qqe^2}{4\pi\epsilon_0 r} \\
&= \frac{(56 \cdot 36 \cdot (1,602 \cdot 10^{-19} \text{C})^2)}{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}} \cdot 1,4 \cdot 10^{-15} \text{m} \cdot (\sqrt[3]{140} + \sqrt[3]{93})} \\
&= 3,4176489 \cdot 10^{-11} \text{J} = 213,3 \text{ MeV}
\end{aligned}$$

3. Das Isotopenverhältnis von ^{235}U und ^{238}U

Heutzutage gefördertes Natururan besteht lediglich zu 0,72% aus dem leicht spaltbaren ^{235}U , der Rest praktisch nur aus ^{238}U . Für die Verwendung in modernen Leistungsreaktoren wird deshalb der ^{235}U -Anteil durch Anreicherung auf 3,5% erhöht.

a) Vor wie vielen Jahren hatte Natururan das gleiche Isotopenverhältnis zwischen ^{235}U und ^{238}U wie das heute in Leistungsreaktoren verwendete Uran?

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \quad \frac{N_{235}(\text{heute})}{N_{238}(\text{heute})} = \frac{0,72}{99,28} \quad \frac{N_{235}(\text{damals})}{N_{238}(\text{damals})} = \frac{3,5}{96,5}$$

$N(\text{heute}) = N(\text{damals}) \cdot e^{\lambda t}$ | Zerfall eines radioaktiven Nuklids

$$\frac{0,72}{99,28} = \frac{3,5}{96,5} \cdot \frac{e^{-\lambda_{235}t}}{e^{-\lambda_{238}t}}$$

$$\frac{0,72 \cdot 96,5}{99,28 \cdot 3,5} = e^{(-\lambda_{235}t + \lambda_{238}t)}$$

$$\ln\left(\frac{0,72 \cdot 96,5}{99,28 \cdot 3,5}\right) = (\lambda_{238} - \lambda_{235})t \quad \left| \lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \right.$$

$$\begin{aligned}
&\frac{\ln\left(\frac{0,72 \cdot 96,5}{99,28 \cdot 3,5}\right)}{\frac{\ln 2}{4,5 \cdot 10^9 \text{a}} - \frac{\ln 2}{7 \cdot 10^8 \text{a}}} = t \\
&1\,925\,031\,551 \text{ a} = t
\end{aligned}$$

b) Man vermutet, dass in manchen Uranerzvorkommen (z.B. Oklo, Westafrika) auf natürliche Art Kettenreaktionen stattfanden. Begründen Sie, warum hierfür nur solche Uranlagerstätten in Frage kommen, die eine hohe Urankonzentration aufwiesen und in die Wasser eindringen konnte. Warum finden heute keine derartigen Kettenreaktionen mehr statt?

Nur durch eine hohe Urankonzentration werden nicht alle frei werdenden Neutronen von umliegenden Stoffen absorbiert und es kann zu Kettenreaktionen kommen. Außerdem ist ein Moderator notwendig, in dem Fall das eindringende Wasser, um die schnellen Neutronen zu langsamen, für die Kernspaltung nötigen Neutronen abzubremesen.