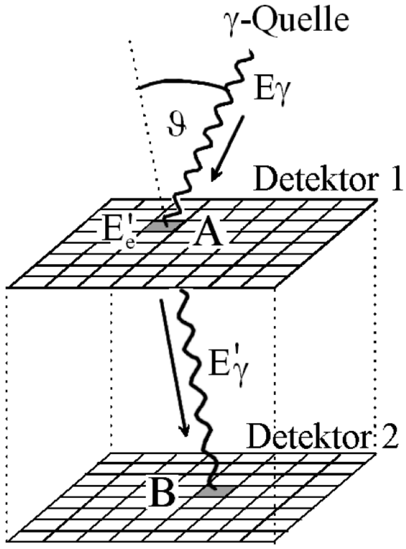
Aufgabe 1 (Compton-Teleskop)

Das Compton-Teleskop dient zur Beobachtung von astronomischen Objekten, die Gammastrahlung mit Quantenenergien in der Größenordnung einiger MeV aussenden. In diesem Energiebereich ist der Compton-Effekt der dominierende Wechselwirkungsprozess von elektromagnetischer Strahlung mit Materie.



a.) Erläutern Sie den Wechselwirkungsprozess beim Compton-Effekt konkreter und fertigen Sie eine Skizze an.
b.) Begründen Sie z. B. durch eine Betrachtung der Massen, warum der Compton-Effekt bei sichtbarem Licht nicht beobachtet wird.

Nebenstehend ist das Prinzip eines Compton-Teleskops skizziert. Ein einfallendes γ-Quant der Energie E_γ wird in Detektor 1 durch Compton-Streuung an einem Elektron um den Winkel ϑ abgelenkt. Dabei wird die kinetische Energie E'_e des Comptonelektrons gemessen. Das gestreute γ-Quant wird in Detektor 2 schließlich vollständig absorbiert, wobei seine Energie E'_γ gemessen wird. Beide Detektoren sind ortsauflösend, d. h. die Wechselwirkungsorte A und B sind bekannt.

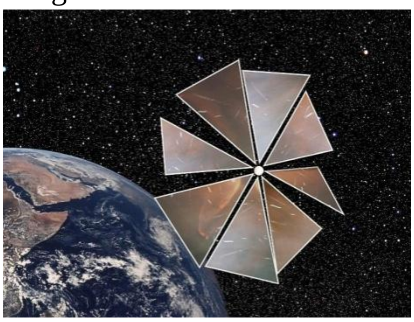
c.) Begründen Sie die Gültigkeit der Formel $E_\gamma = E'_e + E'_\gamma$.
d.) Leiten Sie aus der Compton-Formel $\lambda' - \lambda = \frac{\mathrm{h}}{\mathrm{m_0 \cdot c}}(1 - \cos\vartheta)$ her, dass der Streuwinkel ϑ aus den Energien der Stoßpartner nach folgender Beziehung berechnet werden kann:

$$cos\vartheta = 1 - \frac{m_0c^2}{E'_\gamma} + \frac{m_0c^2}{E'_e + E'_\gamma}$$

e.) Ein γ-Quant löst im Detektor 1 ein Comptonelektron der kinetischen Energie $E'_e = 0{,}70\,MeV$ aus. In Detektor 2 wird die Energie $E'_\gamma = 1{,}3\,MeV$ gemessen. Berechnen Sie daraus den Streuwinkel ϑ des Photons.
f.) Im Compton-Teleskop wird die Zeitspanne zwischen den Wechselwirkungsprozessen in den beiden Detektoren gemessen. Berechnen Sie den minimalen und den maximalen Zeitabstand zwischen den Detektorsignalen, damit zwei beobachtete Wechselwirkungen im oberen und im unteren Detektor tatsächlich vom selben γ-Quant stammen können. Betrachten Sie dazu die beiden Detektoren als gegenüberliegende Flächen eines Würfels mit der Kantenlänge $1{,}2\,m$.

Aufgabe 2 (Sonnensegel Cosmos-1)

Der Einsatz von Sonnensegeln, die den Strahlungsdruck des Sonnenlichts für den Antrieb von Satelliten nutzen sollen, wird als Alternative zu den konventionellen chemischen Triebwerken untersucht. Der Testsatellit Cosmos-1 mit einer Gesamtmasse von 110 kg befinde sich zunächst auf einer Sonnenumlaufbahn mit Radius $r = 1{,}496 \cdot 10^{11} m$ (Erdbahnradius), wobei die Segel noch eingeklappt sind. Nachdem er sich auf dieser Bahn stabilisiert hat, werden die drehbaren Segel mit einer Gesamtfläche von $600\,m^2$ ausgeklappt. Das Intensitätsmaximum des kontinuierlichen Sonnenspektrums liegt bei einer Wellenlänge von $\lambda_m = 455\,nm$, die Leuchtkraft (Strahlungsleistung) der Sonne beträgt $L = 3{,}82 \cdot 10^{26} W$. Vereinfachend wird im Folgenden davon ausgegangen, dass die Sonne ausschließlich Licht der Wellenlänge λ_m abstrahlt, das Sonnenlicht senkrecht auf die Segel trifft und alle auftreffenden Photonen reflektiert werden.



a.) Einem Photon kann man *Masse* und *Impuls* zuordnen. Leiten Sie unter Benutzung der Formel $E = m \cdot c^2$ die Formel für den Impuls eines Photons $p = \frac{h}{\lambda}$ her.

b.) Berechnen Sie Energie und Impuls eines Photons der Wellenlänge $\lambda_m = 455\,nm$ sowie die Anzahl der von der Sonne pro Sekunde ausgesendeten Photonen.

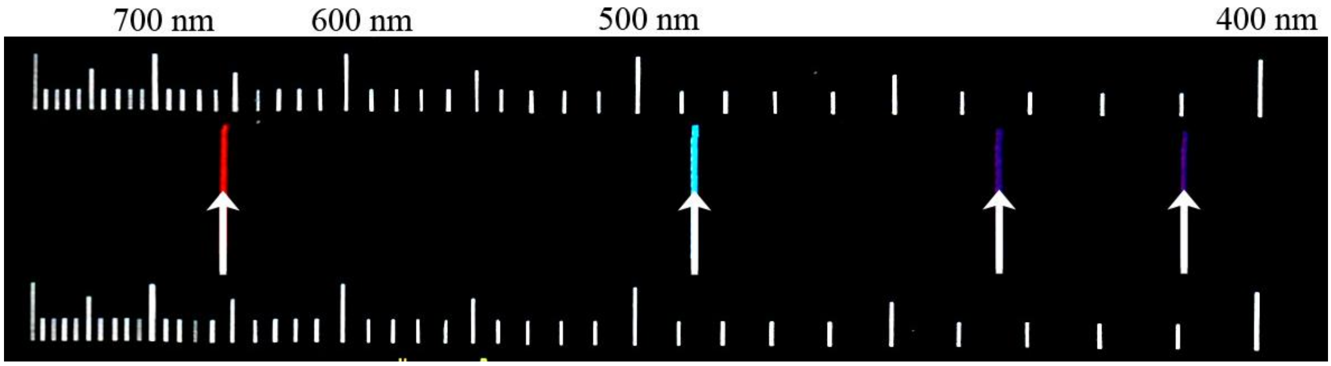
c.) Berechnen Sie aus der zeitlichen Impulsänderung die Kraft $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$, die durch die reflektierten Photonen auf den Satelliten, der sich auf seiner Sonnenumlaufbahn befindet, übertragen wird. [zur Kontrolle: $5{,}44\,mN$]

d.) Von der Sonne wird auch der „Sonnenwind" emittiert, der u. a. aus Protonen mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 400 km/s besteht. An der Position des Satelliten treffen jede Sekunde $3{,}0 \cdot 10^8$ Protonen auf einen Quadratzentimeter. Weisen Sie nach, dass die durch die Protonen verursachte Kraft auf die Segel vernachlässigbar ist.

e.) Zeigen Sie, dass die Gravitationskraft, die die Sonne auf den Satelliten ausübt, die in Teilaufgabe c.) berechnete Kraft erheblich überwiegt. Begründen Sie damit, dass sich der Satellit nur dann mit Hilfe des Sonnensegelantriebs von der Sonne entfernen kann, wenn er sich zunächst auf einer Sonnenumlaufbahn befindet.

Aufgabe 3 (Wasserstoffspektrum und Bohr'sches Atommodell)

a.) Bestimmen Sie aus dem Wasserstoffspektrum die Wellenlängen für die vier sichtbaren Spektrallinien. Zu besseren Kennzeichnung wurden weiße Pfeile ergänzt.



b.) Ausgehend von den sichtbaren Linien gelang es Balmer auf rein empirischem Weg (d. h. durch Ausprobieren und Raten), eine Gesetzmäßigkeit für die Frequenzen der Form

$$f = R_H \cdot c \cdot \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2}\right) \text{ mit } R_H = 1{,}097 \cdot 10^7 \cdot m^{-1}$$

zu finden. Berechnen Sie mit dieser Gleichung die Frequenzen und vergleichen Sie mit den experimentell beobachteten Wellenlängen.

c.) Nils Bohr lieferte mit seinem Atommodell eine theoretische Herleitung für die Frequenzformel. Erläutern Sie die Grundannahmen und Postulate seines Atommodells.

d.) Berechnen Sie aus der richtigen Wellenlänge im sichtbaren Bereich den Werte für das Energieniveaus E_3 des Wasserstoffatoms, wenn das Energieniveau $E_2 = -3{,}40\,eV$ ist.

e.) Erläutern Sie eine Grenze des Bohr'schen Atommodells.

Aufgabe 4 (De-Broglie-Wellenlänge)

Nachdem Einstein beim Photoeffekt "das Teilchenmodell auf Wellen" angewendet hatte, wendete später De-Broglie "das Wellenmodell auf Elektronen" an. Dabei ordnete er einem Teilchen mit dem Impuls p die Wellenlänge $\lambda = \frac{h}{p}$ zu, wobei die Konstante h das Planck'sche Wirkungsquantum ist. In einem Experiment werden Elektronen mit $5\,kV$ beschleunigt und dann an polykristalliner Materie gebeugt. Auf dem $13{,}5\,cm$ entfernten Leuchtschirm sind konzentrische Kreise sichtbar, deren Kleinster einen Durchmesser von $2{,}5\,cm$ besitzt. Berechnen Sie den Netzebenenabstand der verwendeten Kristalle in dem polykristallinen Material. [Bragg-Reflexionsbdg. $n \cdot \lambda = 2 \cdot d \cdot sin\vartheta$]